МАТЕМАТИКА

Г.И. Синкевич
канд. физ.-мат. наук
доцент кафедры математики
Санкт-Петербургский архитектурно-строительный университет
Санкт-Петербург, Российская Федерация
E-mail: Galina.sinkevich@gmail.com

ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ: ПУТИ В РОССИЮ

Приведена полная история проникновения идей Кантора в Россию, сведения о пересказах и переводах идей теории множеств с 1892 до 1985 гг., анализ этих изданий, интерпретация понятий и история поиска соответствующих терминов в русском языке, а также сведения об их авторах и издателях – И,Ю. Тимченко, С.О. Шатуновском, Б.К. Млодзеевском, П.А. Флоренском, А.В. Васильеве, В.Л. Некрасове, И.И. Жегалкине, Юшкевиче-отце, Юшкевиче-сыне, Ф.А. Медведеве. Публикуется неизвестная ранее информация о несостоявшемся издании трудов Кантора и о судьбе новосибирского математика А.И. Фета – автора первого полного, но не изданного перевода. Кратко характеризуется развитие теории в России как в виде новых разделов теории, появившихся только в XX в., так и непосредственное продолжение самой теории Кантора.

Ключевые слова: *теория множеств; русский перевод; XIX–XX вв.*

G.I. Sinkevich
Cand. of Phys.-Math. Sciences
Associated Professor
Department of Mathematics
Saint-Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering
Saint-Petersburg, Russian Federation
E-mail: Galina.sinkevich@gmail.com

SET THEORY: THE WAY TO RUSSIA

This is a full story of penetration of Cantor's ideas in Russia. The information about translations and retellings ideas of set theory from 1892 to 1985, the analysis of these publications, the interpretation of the concepts and the history of search for relevant terms in the Russian language, as well as information about the authors and publishers – Timchenko, Shatunovskii, Mlodzeevskii, Florensky, Vasilyev, Nekrasov, Zhegalkin, Yushkevich Sr, Yushkevich Jr, Medvedev are presented in article. Previously unknown information about the failed publication of Cantor's works is told, and the fate of the A. Fet – a mathematician from Novosibirsk - the author of the first complete, but unpublished translation. Summarizes the development of the theory as a new partition theory, emerging only in the XX century, as well as the direct continuation of the theory of Cantor in Russia.

Keywords: *set theory;4 Russian translations; XIX–XX centuries.*

С 1872 по 1897 гг. Г. Кантор написал свои основные работы по теории множеств. Математики России, бывавшие в научных командировках в университетах Берлина, Геттингена, читавшие журнал Крелле (его получали университеты Российской империи) Mathematische Annalen, Acta Mathematica, познакомились с идеями теории множеств. Постепенно идеи Кантора входили в научные исследования, преподавание, появлялись в печати в виде пересказов и переводов. Мы рассмотрим историю наследия Г. Кантора в России с 1892 по 1985 гг.

Одесса. 1892 год. И.Ю. Тимченко

Первое упоминание о работах Г. Кантора в России (1892 г.) мы нашли у Ивана

Юрьевича Тимченко (1863–1939), закончившего Новороссийский университет в 1885 г. И.Ю. Тимченко занимался астрономией, математикой и историей математики, неоднократно ездил за границу для работы в библиотеках (в 1890, 1892, 1893, 1896 гг.). Темой магистерской диссертации И.Ю. Тимченко выбрал исторический анализ развития теории аналитических функций. Его работа «Основания теории аналитических функций» была опубликована в трех выпусках «Записок математического отделения Новороссийского общества естествоиспытателей» в 1892 и 1899 гг. и защищена в 1899 г. [1, 2].

Это глубокое исследование охватывает период от античности до конца XIX в., в нем анализируется развитие основных идей, руководивших теорией аналитических функций. Важнейшей из них является концепция непрерывности и связанных с ней понятий окрестности и предельной точки. И.Ю. Тимченко отдает дань Вейерштрассу в развитии понятия окрестности, равномерной сходимости рядов, и Георгу Кантору в геометрической трактовке концепции непрерывности, в его работах о линейных многообразиях. И.Ю. Тимченко указывает связь представления Г. Кантора о непрерывности («сплошности», как пишет И.Ю. Тимченко) с принципом непрерывности Лейбница [1, *с. 12*]. И.Ю. Тимченко пишет: «Один из самых плодотворных принципов новой математики – объединение или обобщение, – представление, устанавливающее известный правильный переход от одной определенной группы математических объектов к другим, в силу чего все они являются элементами одной и той же группы. Принцип этот очень важен во всех областях математических знаний, служа могущественным средством для уяснения природы фактов и значительно упрощая аналитические операции. Но совершенно особое значение приобретает это начало в приложении в таких случаях, когда элементы группы представляют из себя сплошную систему[1], как это бывает в области непрерывно изменяющихся конкретных величин. В таких случаях всегда полезно объединить данную группу с производной[2] группой так называемых предельных элементов, не принадлежащих к данной, но связанных с ней сплошностью. При известных ограничительных условиях *свойства основной группы, изменяясь непрерывно при переходе от одного элемента к другому, распространяются на производную* – это есть принцип, названный Лейбницем законом непрерывности» [1, *с. 224*, курсив оригинала]. Примечательно, что И.Ю. Тимченко обратился к самым ключевым работам Г. Кантора. Первая из них – это работа 1872 г. «Обобщение теоремы из теории тригонометрических рядов», где вводится новая концепция числа и понятие предельной точки (радостно подхваченное математиками, читавшими курсы анализа, например, Г. Шварцем и У. Дини [3]). Вторая, самая знаменитая – это Пятый Мемуар из цикла «О бесконечных линейных точечных многообразиях», состоящего из шести частей, опубликованных в 1879–1884 гг. В Пятом Мемуаре «Основы общего учения о многообразиях. Математически-философский опыт учения о бесконечном» содержатся все основные понятия и теоремы, в том числе понятия пустого множества, совершенного множества, концепция действительного числа и ее сравнительный анализ с таковыми же концепциями Вейерштрасса и Дедекинда; введена шкала мощностей и поставлена гипотеза континуума.

Одесса. 1896 г. С.О. Шатуновский

Самуил Осипович Шатуновский (1859–1929) не получил систематического образования, побывав студентом различных учебных заведений в России и Швейцарии. Долгое время С.О. Шатуновский зарабатывал уроками в маленьких губернских городах. Он писал

[1] Понятие о сплошности – одно из самых трудных основных математических понятий. Полное изложение его, по крайней мере, в приложении к системам известного рода, дано лишь недавно Георгом Кантором, см. Ueber unendl., lineare Punktmannigfaltigkeiten, Math. Ann. B. XXI 1883, 5, §10, pp. 572–576. Одна из первых попыток такого изложения сделана была еще Аристотелем с целью выяснить природу движения и опровергнуть парадоксы элеатов…– примечание *И.Ю. Тимченко.*

[2] См. G. Cantor. Math. Ann. 1872 . T. V §2 или Acta Mathem. T. II, 4, 1883; Extention d`un théorem de la théorie des séries trigonométriques, p. 343 – *примечание И.Ю. Тимченко*.

математические работы по основам геометрии и алгебры, аксиоматическому определению величины; публиковался в российских и зарубежных журналах и следил за математической жизнью Европы. С.О. Шатуновский появился в Одессе между 1891 и 1893 гг. (судя по публикациям в ВОФЭМ[3], где указывался город проживания автора). Благодаря хлопотам одесских профессоров – Ярошенко, Слешинского, И.Ю. Тимченко и Кагана С.О. Шатуновскому было позволено в виде исключения сдать магистерские экзамены, открывавшие дорогу к преподаванию [4]. Должность приват-доцента С.О. Шатуновский получил лишь на 47-м году жизни, а после 1917 г. стал профессором Новороссийского университета. С 1905 г. С.О. Шатуновский читал математический анализ, используя понятия и методы теории множеств. Первые понятия математического анализа изложены с позиции теории множеств, но русская терминология отличается от современной, так, например, множество названо комплексом. Он дает систему построения вещественных чисел, вводит понятие сходящегося комплекса (плотного множества). Впервые вводится понятие устранимого разрыва функции. Его терминология самобытна, но изложение строго. Этот курс был литографирован в 1906–1907 гг. и переиздан в 1923 г. [5]. Слушателями курса были Г.М. Фихтенгольц, Д.А. Крыжановский, И.В. Арнольд. Несомненное влияние этого курса мы видим в «Основах математического анализа» Г.М. Фихтенгольца (1888–1959), закончившего Новороссийский университет в 1911 г.

Поражает научное чутье С.О. Шатуновского при выборе работ для перевода. Он первым перевел работы Р. Дедекинда «Непрерывность и иррациональные числа» (написана в 1872 г., перевод С.О. Шатуновского в 1894 г.) и Г. Кантора «Об одном свойстве совокупности всех действительных алгебраических чисел» (написана в 1874 г., переведена в 1896 г.). Именно в этих двух работах создается новая концепция числа, ставшая основой математики XX в.

В Одессе с 1886 по 1917 гг. выходил журнал «Вестник опытной физики и элементарной математики». В 1896 г. в 233 номере там была опубликована статья О.С. Шатуновского «Доказательство существования трансцендентных чисел (по Кантору)» [6]. С.О. Шатуновский изложил доказательства теорем из работы Г. Кантора 1874 г. «Об одном свойстве совокупности всех действительных алгебраических чисел», но с добавлением его более поздних достижений, в частности, понятия мощности, которое появилось у Г. Кантора только в 1878 г. в работе «К учению о многообразиях».

С 1904 по 1925 гг. в Одессе существовало Издательство математической и физической литературы «Матезис» (знание). Организаторами были преподаватели – математики Новороссийского университета В.Ф. Каган, С.О. Шатуновский (научный редактор), астроном А.Р. Орбинский и владелец типографии М.Ф. Шпенцер. Наряду с учебниками для средних и высших учебных заведений в издательстве выходили переводы новинок зарубежной математики. В «Матезисе» несколько раз переиздавались названные работы Р. Дедекинда и Г. Кантора в переводе С.О. Шатуновского. Например, 4-е издание вышло в 1923 г. [7].

Москва. 1900 г. Б.К. Млодзеевский

Московские математики были в курсе научных достижений Западной Европы благодаря поступлению литературы, научным командировкам. Студенты для подготовки к магистерскому званию по крайней мере один семестр слушали лекции в научных центрах Германии и Франции. Лекции, читаемые в Московском университете, включали в себя информацию о научных достижениях. Теорию функций действительной переменной в Московском университете читал Болеслав Корнелиевич Млодзеевский (1858–1923). Благодаря теории множеств курсы математики и прежде всего теории функций перестраивались на новой основе. Б.К. Млодзеевский использовал в качестве опорного курс Улисса Дини, который уже в 1870-е годы использовал результаты Г. Кантора в своем курсе. Впервые Б.К. Млодзеевский

[3] Вестник опытной физики и элементарной математики – журнал, выходивший в Одессе в 1886 по 1917 гг.

прочитал этот курс в осеннем семестре 1900 г. и читал еще несколько раз до 1908 г. [8].

В архиве П.А. Флоренского, тогда студента 3 курса математического факультета, был найден конспект лекций Б.К. Млодзеевского, прочитанных в 1902 г. Курс состоял из 29 лекций (три раза в неделю). Судя по конспекту, Ф.А. Медведев предполагает, что «Млодзеевский, по-видимому, не был в то время непосредственно знаком с трудами Г. Кантора. Фамилия последнего и многочисленные принадлежащие ему теоретико-множественные и теоретико-функциональные результаты упоминаются в лекциях неоднократно. Но судя по характеру этих упоминаний (отсутствие прямых ссылок на канторовские работы, указания, что те или иные соображения излагаются по одной из перечисленных выше работ и так далее), правдоподобно предположение, что к 1902 г. Б.К. Млодзеевский знал о работах Г. Кантора из вторых рук, главным образом по работам П. Таннери, Ж. Таннери и А. Шенфлиса». В лекциях Б.К. Млодзеевского теория множеств используется для изложения учения об аргументе функции. Рассматриваются точечные множества («группы точек») и функции на них, вводится понятие предельной точки и производного множества; разделение множеств на первый и второй род; формулируется теорема о равенстве нулю меры множества первого рода; верхней и нижней границы; понятие мощности множеств, счетности («счетовости») множеств рациональных и алгебраических чисел; равномощность континуумов разных измерений; счетность счетной суммы счетных множеств, несчетность континуума с упоминанием гипотезы континуума; совершенные множества; порядковый тип («порода»), полная упорядоченность («благоустроенная группа»); порядковые трансфинитные числа и алефы [8, *с. 134, 138, 139*].

Москва. 1904 г. П.А. Флоренский

Павел Александрович Флоренский (1882–1937), с 1900 по 1904 гг. был студентом математического факультета Московского университета. В осеннем семестре 1902/03 учебного года он слушал курс лекций Б.К. Млодзеевского, из которого узнал о теории множеств Кантора. С 1903 г. П.А. Флоренский готовил диссертацию «Идея прерывности как элемент миросозерцания», предисловие к которой опубликовано в Историко-математических исследованиях в 1986 г. [9]. В ней П.А. Флоренский пишет о канторовской трактовке непрерывности.

Второй раз П.А. Флоренский обратился к учению Г. Кантора в 1904 г. в работе «О символах бесконечности (Очерк идей Кантора)» [10]. П.А. Флоренский поставил себе целью пересказать смысл работ Г. Кантора. Он излагает развитие понятий потенциальной и актуальной бесконечности в истории философии и переходит к изложению теории трансфинитных чисел Кантора. При этом он в основном обращается к поздним работам Г. Кантора, которые тот написал для философского обоснования своего понимания бесконечности и теории типов – «О различных точках зрения на актуально бесконечное» 1886 г. и «К учению о трансфинитном» 1888 г. Начиная с IV по VII главы своего сочинения [10, *с. 109–120*], П.А. Флоренский пересказывает учение Г. Кантора о точечных множествах («группах»), их «вполне определенности», упорядоченности («устроенности»), вполне упорядоченности («вообще устроенной группы», например, трехкратно упорядоченной), соответствие взаимное и однозначное, эквивалентность, в том числе для бесконечных множеств («трансфинитных групп»), всюду плотные множества, порядковые типы, мощность и ее связь с эквивалентностью; эквивалентность целого и части для бесконечных множеств; конечные (нетрансфинитные) и бесконечные множества; алгебра трансфинитных чисел, мощность счетного множества («счетовой группы») как наименьшее из трансфинитов, алеф-нуль, шкала («ска́ла») алефов; классы типов. Учение Г. Кантора, хоть и в сокращенном виде, изложено верно, преимущественно это пересказ двух названных статей. П.А. Флоренский сосредоточился на философском аспекте учения, тяготеющего к философии религии. Он ставит Г. Кантору в заслугу введение символов актуальной бесконечности. Далее П.А. Флоренский пытается понять научную мотивацию Г. Кантора, истоки которой ищет в его биографии, хотя сам и признает, что «биографические данные о Канторе нигде не опубликованы и поэтому фактический материал чрезвычайно скуден. Приходится интерполировать чутьем, но, создав себе представление о его личности, чрезвычайно затруднительно доказать правомерность своего взгляда». [10, *с. 120*, курсив оригинала]. Упорство и целенаправленность научного пути Г. Кантора П.А. Флоренский приписывает еврейской религиозности, усиленной до самопожертвования. Мы можем учесть молодость двадцатидвухлетнего П.А. Флоренского, взявшегося интерполировать, а точнее проецировать свои воззрения (и воззрения Вл. Соловьева) на внутренний мир незнакомого ему ученого, смешивая понятия национальности и религиозной принадлежности. Сейчас уже известно, что Г. Кантор был лютеранином, родившись в семье лютеранина-отца и матери-католички; что лишь его дед по мужской линии был иудеем, а в следующем поколении как отец, так и брат, и сестра, были лютеранами, еще одна из сестер отца была православной. Мужская линия восходит к португальским евреям, поселившимся в Копенгагене; женская линия – к австрийским чехам и венграм, католикам [11]. Имея родителей разных конфессий, Георг Кантор не был очень религиозен, а впоследствии, в поисках теологического обоснования понятий своей теории, он консультировался только с католическими богословами, хотя апеллировал ко всей философской литературе, посвященной проблемам бесконечности и континуума.

П.А. Флоренский полагал, что абсолютное постигается в символах и потому абсолютизировал стремление Г. Кантора создать символы трансфинитов. «Если Кантор, как личность, является живейшим образцом еврея, то его мировоззрение носит характер того же едва ли не в большей степени». Вновь, смешивая этнические и конфессиональные характеристики, П.А. Флоренский делает вывод, что именно поэтому Г. Кантор рассматривал актуальную бесконечность: «Идея законченной бесконечности, как у абсолютной личности – Бога, так и у человеческой, есть достояние еврейства, а эта идея есть, кажется, самое существенное основание у Г. Кантора. В то время как другие, арийцы, признают только потенциальную бесконечность, «дурную», неопределенное и неограниченное, его душе мысль о невозможности актуальной бесконечности кажется чудовищной» [10, *с. 126, 127*].

Увлечение П.А. Флоренского философской стороной теории Г. Кантора разделяли А.Ф. Лосев (хотя А.Ф. Лосев не читал самого Г. Кантора, в его статьях среди ссылок на литературу присутствует только интерпретация учения Г. Кантора в статьях П. Таннери, но нет работ самого Г. Кантора) и другие московские философы [12].

***

К первому десятилетию XX в. учение Г. Кантора распространилось в математических кругах Европы и России. На его основе в работах Лебега, Бореля и Бэра зародилась теория меры. В Москве с 1911 г. начинает формироваться школа теории функций, а затем и дескриптивной теории множеств, у истоков которой стояли Д.Ф. Егоров и Н.Н. Лузин.

Казань. 1904–1908 гг. А.В. Васильев

Александр Васильевич Васильев (1853–1929) с 1874 г. после окончания Петербургского университета работал в Казанском университете сначала приват-доцентом, с 1887 г. – профессором. Его широкая образованность, знание языков, многочисленные контакты с зарубежными учеными позволили ему стать хорошим организатором и просветителем. Он занимался как научной, так и общественно-политической деятельностью, пропагандировал идеи Н.И. Лобачевского, подготовив к изданию собрание его сочинений. В Казани до 1855 г. работал дядя Георга Кантора, Дмитрий Иванович Мейер (1819–1856), известный юрист и создатель русского гражданского права [11]. В кабинете А.В. Васильева висели два портрета – Н.И. Лобачевского и Д.И. Мейера. А.В. Васильев был знаком с Г. Кантором по переписке и пропагандировал его идеи.

С 1904 по 1908 гг. в издательстве Казанского университета выходит «Введение в анализ» А.В. Васильева с изложением начал теории множеств. Как пишет С.С. Демидов, «Мало-помалу курсы математического анализа начинают выстраиваться на современный лад.

Здесь первенство принадлежит математикам Одессы (С.О. Шатуновский), Киева (Б.Я. Букреев), Казани (А.В. Васильев)» [13, *с. 77*].

***

С момента появления учения Г. Кантора прошло около 30 лет. За это время учение обогатилось как трудами последователей, так и критикой оппонентов, благодаря чему приобрело законченную форму. Вся теория заключалась в 10 основных статьях Г. Кантора. Первая обобщающая монография Шенфлиса появилась в 1900 г., но и она была не полна. Необходимо было целостное изложение теории.

Теория множеств Кантора состоит из двух частей: теория линейных точечных множеств и теория трансфинитных чисел. Б.К. Млодзеевский разделил задачу целостного изложения теории между двумя диссертантами: В.Л. Некрасовым и И.И. Жегалкиным. В.Л. Некрасов должен был полно изложить теорию точечных множеств, а И.И. Жегалкин – теорию трансфинитных чисел, и каждый должен был добавить к изложению собственные результаты. Оба диссертанта справились с поставленными задачами. Б.К. Млодзеевский оппонировал на обеих защитах. Обе защиты состоялись в 1908 г. И.И. Жегалкин защитился 12 марта, В.Л. Некрасов – 4 октября. Магистерские диссертации были изданы годом раньше и стали первыми в России монографиями по теории множеств.

Москва–Томск. 1907 г. В.Л. Некрасов

Владимир Леонидович Некрасов (1864–1922) окончил Казанский университет, где и был оставлен преподавателем, а в 1900 г. переведен в открывшийся Томский технологический институт на кафедру чистой математики. Для приготовления магистерской диссертации с 1902 по 1903 гг. был в Европе в научной командировке. Его магистерская диссертация «Строение и мера линейных точечных областей[4]» была опубликована в 1907 г. в «Известиях Томского технологического института» [14].

Глава I содержит обстоятельный исторический очерк основных результатов теории множеств и теории меры с исчерпывающим библиографическим обзором. Список литературы расположен в хронологическом порядке от 1638 до 1907 года. В третьей главе «Новейшие работы» В.Л. Некрасов дополняет его литературой, появившейся к моменту поступления рукописи третьей главы в печать. Как пишет Н.Н. Круликовский, «До появления в 1928 году книги А. Френкеля «Введение в теорию множеств», в которой библиография доведена до 1928 года, библиография В.Л. Некрасова была наиболее полной. В историческом обзоре проявляется стремление автора отделить теорию точечных множеств от абстрактных множеств» [15, *с. 24*]. Мы можем видеть это из следующих слов В.Л. Некрасова: «Что касается размера, то еще Cantor`ом было установлено, что точечные области могут быть конечны, счетны или иметь размер непрерывности. Выяснение же того, в каком отношении последний размер находится в ряду алефов, входит в задачи теории трансфинитных чисел и нас здесь не занимает». В.Л. Некрасов, начиная рассматривать историю от открытия бесконечно малых Ньютоном и Лейбницем, пишет, что «родоначальником в современной теории областей был Bolzano, но развил и поставил ее на строго научную почву G. Cantor» [14, *с. 2*, курсив оригинала]. В третьей главе В.Л. Некрасов добавляет к числу предтеч и Галилея с его примером о соответствии бесконечных множеств натуральных чисел и их квадратов [14, *с. 98, 225*]. Как фундаментальные, В.Л. Некрасов выделяет введенные Г. Кантором понятия предельной точки и произвольного множества. Далее он приводит основные положения теории точечных множеств, называя три основные характеристики линейных областей: размер, строение и меру.

Вторая глава содержит собственные результаты В.Л. Некрасова по строению линейных множеств, соответствующих трем типам размещений и их комбинациям как для замкнутых, так и для открытых множеств. Структура точек разрыва функции является приложением

[4] «Область» у Некрасова понимается как множество.

результатов В.Л. Некрасова. Заметим, что В.Л. Некрасов, пожалуй, первым отметил приоритет Улисса Дини в классификации точек разрыва. Третья глава содержит дополнения в виде новой литературы и исторического упорядочения развития идей теории множеств. В четвертой главе приведено учение о мере А. Лебега и В. Юнга, хотя начало теории меры В.Л. Некрасов выводит от Римана и Ганкеля. В.Л. Некрасов отмечает факт признания теории Кантора: «Право на существование и роль учения об областях в общей системе науки является упроченным: с этим учением считаются и в настоящее время нельзя уже избежать его влияния в целом ряде отделов анализа. И вся эта эволюция произошла в течение каких-нибудь 30-ти лет, не считая ее так сказать, доисторического периода» [14, *с. 97, 102*].

Благодаря тщательному историческому анализу, скрупулезному изложению теории точечных множеств Г. Кантора и собственным результатам В.Л. Некрасова монография сохранила значимость и по сей день.

Москва. 1907 г. И.И. Жегалкин

Иван Иванович Жегалкин (1869–1947) после окончания Московского университета читал в 1906–1907 гг. курс абстрактной теории множеств, в 1907 г. опубликовал монографию «Трансфинитныя числа[5]» [16], и в 1908 г. защитил на эту тему магистерскую диссертацию. Впоследствии он возглавил исследования по математической логике, в которой получил крупные результаты, связав классическую логику и арифметику вычетов по модулю 2. Кольцо вычетов по модулю 2 называют алгеброй Жегалкина. В последующих работах он доказал разрешимость исчисления одноместных предикатов.

В диссертации И.И. Жегалкин излагает алгебру трансфинитных чисел Кантора по-своему, дедуктивно. Совсем нет списка литературы, только несколько упоминаний работ Г. Кантора, Р. Дедекинда, Э. Цермело и Бернштейна. Главным образом, дается переработанное изложение последней статьи Г. Кантора 1897 г. «К обоснованию учения о трансфинитных множествах». И.И. Жегалкин иначе излагает вводную часть, надеясь избежать тех противоречий теории, которые стали известны к началу XX в., связанных с проблемой вполне упорядочения и теоремы Цермело. Некоторые доказательства Г. Кантора И.И. Жегалкин дополняет более строгими соображениями. Аксиома выбора была сформулирована Цермело в 1904 г. и вызвала немало споров. И.И. Жегалкин, учитывая эту полемику, разделяет положения теории множеств на зависящие и независимые от аксиомы выбора. Заслугой его является утверждение о независимости проблемы выбора от остальных постулатов математики, высказанное задолго до Серпинского и Геделя.

В первой главе И.И. Жегалкин пытается построить теорию количественных и порядковых чисел до введения понятия конечного и бесконечного. Он вводит понятие конечного множества, упорядочения и полного упорядочения; понятие суммы, произведения и отображения множеств, собственное понятие ненастоящего множества. Во второй главе рассматривает отношение эквивалентности, мощности (как количественного числа), операции сложения, умножения и возведения в степень мощностей, чем заканчивает теорию мощностей. Третья и четвертая главы посвящены понятию упорядоченного множества и понятия типа, а также их свойствам. В пятой главе рассматривается вполне упорядоченное множество и теорема Цермело (всякое множество можно мыслить вполне упорядоченным множеством). И.И. Жегалкин доказывает возможность упорядочить семейство множеств для случая попарно непересекающихся множеств (И.И. Жегалкин называет их обособленными), а именно: «Пусть $M = \{m\}$ – какое угодно неупорядоченное множество. Рассмотрим множество всех его частей, которые будем обозначать символом M', причем «нуль-часть» исключаем из рассмотрения (но не само M). Мы мыслим, что в каждой части M' мы выбрали произвольно какой-нибудь элемент m', который будем называть «отмеченным» элементом этой части. В возможности мыслить это мы убеждаемся так:

[5] Автор выражает признательность П.Н. Антонюку за подаренную монографию И.И. Жегалкина.

если M' – какая-нибудь часть, то каждый элемент ее, мыслимый как принадлежащий именно ей, а не иной какой части, дает новую вещь, совокупность которых образует множество N', эквивалентное M'. Так как каждому M' соответствует свое N', то мы получаем систему уже обособленных множеств N'. Пусть P какое-нибудь определенное множество, в которое входит по одному элементу из каждого N'.

Если теперь M_1' определенная часть, то в P входит только один элемент из соответствующего ей множества N_1', и этот элемент будет некоторый элемент m_1' из M_1', мыслимый в его принадлежности к M_1'. Его, то есть m_1', мы и назовем отмеченным элементом в M_1'. Очевидно, как каждая часть имеет один определенный отмеченный элемент, так и для каждого элемента m' найдется часть, в которой он отмечен, например, особое множество из одного его самого» [16, *с. 149, 150*, курсив оригинала].

В шестой главе исследуются свойства порядковых чисел, т.е. типов вполне упорядоченных множеств. И.И. Жегалкин подчеркивает важность введения порядковых отношений между ними, выделяя теорему о том, что всякое [порядковое] число есть тип множества всех чисел, меньших его. Только после того, как построена теория количественного и порядкового числа, он рассматривает в седьмой главе конечные множества и числа, из них как множество всех конечных чисел получает в восьмой главе счетные множества. В девятой главе вводится сравнение мощностей; в десятой и одиннадцатой главах изучаются общие свойства типов счетных множеств (чисел второго класса по Кантору). Двенадцатая глава посвящена образованию последовательности алефов, в тринадцатой главе изучается мощность степени. Завершается монография перечислением известных к тому моменту парадоксов. Фактически И.И. Жегалкин сделал попытку построить непротиворечивую и полную арифметику трансфинитных чисел, но он базировался на понятии конечного множества, не определив его строго, и переносил отношения между конечными числами на трансфиниты. Он исследовал также числа выше II класса, чего не было у Г. Кантора. В последней главе И.И. Жегалкин рассматривает теорему Кенига 1905 г. для счетного множества множителей и дает ее первое доказательство для любого количества множителей [16, *с. 337*], до Журдена и Цермело. Анализ его доказательства сделал Ф.А. Медведев в работе [17, *с. 228–233*]

Московская школа теории функций и множеств

В 1910 г. в Московском университете начал работу семинар Д.Ф. Егорова по теории функций, в 1911 г. с теоремы Егорова о равномерной сходимости началась история Московской школы теории функций, во главе которой стояли Д.Ф. Егоров и Н.Н. Лузин. Исследования Н.Н. Лузина создали новое направление – дескриптивную теорию множеств, исследования его учеников развивали многочисленные направления на основе теории множеств – теорию меры, теоретико-множественную топологию, функциональный анализ, теорию вероятностей и многие другие.

Петербург–Одесса. 1914 г. П.С. Юшкевич

Три основные работы Г. Кантора уже в переводе, а не в пересказе, вышли в 1914 г. С 1913 по 1915 гг. А.В. Васильев издавал в Петербурге серию «Новые идеи в математике». Он привлек к переводу работ Г. Кантора философа и переводчика философской литературы Павла Соломоновича Юшкевича (1873–1945), отца Адольфа Павловича Юшкевича. Были переведены три самых характерных работы Г. Кантора, содержавшие квинтэссенцию его учения: «Основы общего учения о многообразиях» (Пятый Мемуар), «О различных точках зрения на актуально бесконечное» и «К учению о трансфинитном».

Мы почти не говорим здесь о личных контактах русских ученых и Г. Кантора, упомянем лишь, что Г. Кантор был избран иностранным членом Харьковского математического общества.

Теория Кантора в первоначальном виде (наивная теория множеств) была переработана и послужила основой новых направлений теории функций, теории меры, функционального анализа, теоретико-множественной топологии и многих других разделов математики. Непосредственно к основам теории множеств обращались отдельные русские математики, среди которых назовем чувашского математика Исайю Максимовича Максимова (1889–1976), аспиранта Н.Н. Лузина, работавшего в области теории множеств, теории чисел, теории функций и исследовавшего созданную им в 1930-е годы концепцию трансфинитного пространства.

Москва–Новосибирск. 1968 г. А.И. Фет. Драматическая судьба первого полного перевода Кантора на русский язык

Историю, которая сейчас будет рассказана, поведала мне в июне 2014 г. вдова первого переводчика всех трудов Г. Кантора А.И. Фета, Людмила Павловна Петрова, проживающая в Новосибирске.

Абрам Ильич Фет (1924–2007), математик, философ, публицист и блестящий переводчик, родился в Одессе, закончил Томский университет, в 1948 г. в Москве защитил кандидатскую диссертацию под руководством Л.А. Люстерника; в 1967 г. там же защитил докторскую, содержащую известный ныне результат: теорему Фета о двух геодезических. С 1955 г. работал в Новосибирске. Вот что написала мне Людмила Павловна (фрагменты письма публикуются с ее согласия):

«Поскольку Вы занимаетесь Кантором и вообще историей, Вам, вероятно, будет интересно узнать один эпизод из истории наследия Кантора в России. А.И. Фет перевел не только биографию Кантора, написанную Френкелем, а все его сочинения. Перевод был сделан с издания: Georg Cantor, Ernst Zermelo, ed., Gesammelte Abhandlungen mathematischen und philosophischen inhalts, mit erläuternden anmerkungen sowie mit ergänzungen aus dem briefwechsel Cantor-Dedekind, Berlin, Verlag von Julius Springer, 1932.

Это издание включает почти все, что написано Кантором. Кроме того, в приложении представлены 5 писем из переписки Кантора с Дедекиндом и биография Кантора, написанная А. Френкелем.

Перевод был сделан в 1969–1970 годах, для заработка, так как осенью 1968 года, после подписания письма в защиту незаконно осужденных, А.И. Фет был изгнан с работы и оставался безработным до лета 1972 года.

Договор на перевод был заключен с московским издательством Физматлит на имя А.В. Гладкого, поскольку А.И. не имел права ни на какую работу. Когда перевод уже был готов и издательство начало работать над книгой, она была отвергнута комиссией Понтрягина (не перевод, а сама книга Кантора!)».

Л.С. Понтрягин

Л.С. Понтрягин (1908–1988), академик, сделавший большой вклад в топологию и вариационное исчисление, в 1970 г. возглавил созданную им группу, входящую в секцию редакционно-издательского совета (РИСО) АН СССР «Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука». Вот что пишет он сам: «Еще до организации группы секция приняла решение о переводе на русский язык собрания сочинений Г. Кантора. При повторном прохождении этого решения через секцию вопрос попал на группу. Еще до того, как мы стали его рассматривать на группе, И. Р. Шафаревич при встрече в столовой сказал мне: «Кажется, я уже теперь не член секции[6], и поэтому я хочу вас предупредить относительно собрания сочинений Кантора. Кантору неправильно приписывается вся заслуга в создании теории множеств. Фактически очень значительная часть была сделана Дедекиндом. Это можно видеть из переписки Кантора с Дедекиндом. Так что следует к сочинению Кантора приложить эту переписку».

Я стал думать об этом соображении Шафаревича и пришел к заключению, что сочинения Кантора вообще издавать не следует, поскольку привлекать внимание молодых математиков к теории множеств в настоящее время неразумно.

[6] В результате конфликта, описанного Л.С. Понтрягиным, Шафаревич был исключен из секции.

Теория множеств, очень популярная во времена Лузина, в настоящее время уже утратила актуальность. Мое предложение было принято группой, и книга была отвергнута. Секция с нами согласилась сразу, и это несмотря на то, что перевод сочинений Кантора уже был сделан! Так что пришлось его оплатить». [18, *с. 175*].

Людмила Павловна добавляет: «Лев Семенович ошибается – перевод не был оплачен.

Машинописный текст перевода 536 стр. находится в домашнем архиве. Все формулы, вставки и цветные пометы для издательства сделаны рукой А.И. Фета.

Когда Ф.А. Медведев и А.П. Юшкевич переводили труды Кантора для издательства «Наука», 1985, они не знали о существовании уже готового перевода Фета (или А.В. Гладкого)».

О мастерстве А.И. Фета как переводчика пишет Е.Н. Савенко:

«Проблема переводов волновала ученого на протяжении всей жизни. Выступая в 1997 г. на конференции, посвященной этому вопросу, он отмечал, что с 1960-х гг. в стране «началась эпоха безграмотных переводов» [19, *с. 387*]. По его мнению, причинами такого положения были утрата умения отбора книг для перевода и низкая квалификация переводчиков. Подразумевалось не столько плохое знание языка, сколько непонимание смысла переводимого текста из-за слабой гуманитарной подготовки. Сам А.И. Фет – эрудит и интеллектуал – обладал уникальными способностями, необходимыми для качественных переводов: он точно распознавал значимые идеи и умел верно их формулировать» [20].

Л.П. Петрова добавляет: «Он говорил мне, что хорошим переводом математической книги считает такой, который улучшает ее. Сам А.И. рассматривал такие переводы как возможность хорошо узнать интересующую его книгу».

Добавление автора: я переводила с немецкого языка первую биографию Г. Кантора, написанную его учеником Адольфом Френкелем. Но увидев перевод, сделанный А.И. Фетом, я была восхищена ярким и живым языком, который делал текст полнокровным и эмоциональным, не искажая первоисточника ни на йоту. Переводчики меня поймут. Этот перевод, как и другие работы А.И. Фета, можно найти в Интернете. Полагаю, что и перевод трудов Г. Кантора, сделанный А.И. Фетом, тоже следовало бы издать, хотя сейчас мы уже располагаем очень хорошим переводом 1985 года.

Москва–Ленинград. 1985 г. Ф.А. Медведев

В феврале 1983 г. было закончено, а в 1985 г. вышло издание трудов Г. Кантора в Издательстве «Наука». Оно было подготовлено А.Н. Колмогоровым (1903–1987) и А.П. Юшкевичем (1906–1993) и включало в себя основные его работы по теории множеств, переписку Г. Кантора с Р. Дедекиндом и примечания Э. Цермело к немецкому изданию. Основным исходным текстом было издание 1932 года под редакцией Э. Цермело [21]. В отличие от издания Э. Цермело, включавшего в себя пять писем из переписки Г. Кантора и Р. Дедекинда, в русском издании 1985 г. приводится в переводе Ф.А. Медведева 49 писем из этой переписки по немецкому изданию Э. Нетер и Ж. Кавайеса [22].

Русское издание 1985 г. содержит три статьи Г. Кантора («Основы общего учения о многообразиях», «О различных точках зрения на актуально бесконечное» и «К учению о трансфинитном») в переводе П.С. Юшкевича, изданные в 1914 г. в «Новых идеях в математике»; одиннадцать статей в переводе Федора Андреевича Медведева, в том числе «Принципы теории порядковых типов. Первое сообщение», не входившее в сборник 1932 г. под редакцией Э. Цермело, и найденное А. Граттан-Гиннессом в рукописи, хранящейся в институте Миттаг-Леффлера в Швеции и опубликованное им в 1970 г. [23]. Эта статья была написана Г. Кантором в 1884 г. для журнала Миттаг-Леффлера «Акта математика», но была отклонена как слишком философская.

Федор Андреевич Медведев (1923–1994) – математик и историк математики, всю свою жизнь посвятил истории теории множеств, автор четырех книг и многих статей по истории теории множеств и о творчестве самого Кантора. Он не только тщательно перевел труды

Г. Кантора, его переписку с Р. Дедекиндом и комментарии Э. Цермело, но и добавил свои очень ценные замечания к работам Г. Кантора. Федор Андреевич был моим учителем, благодаря ему я тоже стала исследователем истории учения Г. Кантора.

Судьба русских переводов Г. Кантора прошла вместе с Россией ее историю XX века.

Список литературы

1. Тимченко И. Основания теории аналитических функций // *Записки математического отделения Новороссийского общества Естествоиспытателей*. Ч. I. 1892 г. Т. XII. Одесса. С. 1–256.

2. Тимченко И. Основания теории аналитических функций // *Записки математического отделения Новороссийского общества Естествоиспытателей.* Продолжение I части. 1899. Т. XVI. С. 257–472.

3. Синкевич Г.И. Улисс Дини и понятие непрерывности // *История науки и техники*. 2012. № 10. С. 3–11.

4. Чеботарев Н. Г. Самуил Осипович Шатуновский // *УМН*. 1940. VII. С. 315–321.

5. Шатуновский С.О. *Введение в анализ*. Одесса: Матезис. 1923. 260 с.

6. Шатуновский О.С. Доказательство существования трансцендентных чисел (по Кантору) // *Вестник опытной физики и элементарной математики*. 1896. № 233 (№5). С. 113–122.

7. Дедекинд Р. *Непрерывность и иррациональные числа.* Перевел с немецкого профессор С.О. Шатуновский. 4-е исправленное издание со статьей переводчика: Доказательство существования трансцендентных чисел. Одесса. 1923. 46 с.

8. Медведев Ф.А. О курсе лекций Б.К. Млодзеевского по теории функций действительного переменного, прочитанных осенью 1902 г. в Московском университете // *Историко-математические исследования*. Москва: Наука. 1986. XXX. С. 130–148.

9. Флоренский П.А. Введение к диссертации «Идея прерывности как элемент миросозерцания» // *Историко-математические исследования*. Москва: Наука. 1986. XXX. С. 159–177.

10. Флоренский П. *Сочинения в четырех томах.* Москва: мысль 1994 г. Т. I. С. 79–128.

11. Синкевич Г.И. *Георг Кантор & Польская школа теории множеств.* Изд-во СПбГАСУ, 2012. 356 с.

12. Синкевич Г.И. Московские математики и философы первой трети XX века: дескриптивная теория множеств и проблема именования // *Генеалогия ценностей в русской философии Серебряного века*. Сборник научных трудов под редакцией М.И. Панфиловой, Е.А. Трофимовой. СПб: СПбГЭУ. 2013. С. 444–456.

13. Демидов С.С. Русские математики в Берлине во второй половине XIX–начале XX века // *Историко-математические исследования.* Москва: Янус-К. 2000. 5(40). С. 71–83.

14. Некрасов В.Л. Строение и мера линейных точечных областей // *Известия Томского технологического института.* Томск. 1907. Т. 5. № 2. С. 1–102; Т. 6. № 3. С. 103–254.

15. Круликовский Н.Н. *Из истории развития математики в Томске.* Томск. 2006. 174 с.

16. Жегалкин И. *Трансфинитныя числа.* Москва: Университетская типография. 1907. (на внешней обложке и 1908 г. на титульном листе) 346 с.

17. Медведев Ф.А. *Ранняя история аксиомы выбора*. Москва: Наука. 1982. 304 с.

18. Понтрягин Л.С. *Жизнеописание Л.С. Понтрягина, математика, составленное им самим.* Рождения 1908 г., Москва. М.: Прима В, 1998. 340 с.

19. Фет А.И. *Положение с переводами в России. Доклад А.И. Фета на конференции фонда Сороса, посвященной проблемам перевода,* Новосибирск, 1997.

20. Савенко Е.Н. Автор предпочел остаться неизвестным / *Гуманитарные науки в Сибири*. 2011. № 3.

21. Cantor, Georg. Gesammelte Abhandlungen mathematischen und philosophischen inhalts, mit erläuternden Anmerkungen sowie mit Ergänzungen aus dem Briefwechsel Cantor-Dedekind / Hrsg. Von Ernst Zermelo; Nebst einen Lebenslauf Cantors von Adolf Fraenkel. Berlin: Verlag von Julius Springer, 1932. 402 s.

22. Briefwechsel Cantor – Dedekind / Hrsg. Von E. Noether, J. Cavaillès. Paris. 1937. 60 s.

23. Grattan-Guinness, I. An unpublished paper of Georg Cantor «Prinzipien einer Theorie der Ordnunstypen. Erste Mitteilung» // Acta mathematica. 1970. Vol. 124. Pp. 81–101.

References

1. Timchenko I. Osnovaniya teorii analiticheskikh funktsiy [The elements of analytic function]. *Zapiski matematicheskogo otdeleniya Novorossiyskogo obshchestva Yestestvoispytateley.* Chast I [Memoirs of Mathematical department of Novorossijsk Scientist Society. Part I] 1892. Vol. XII. Odessa. Pp. 1–256.

2. Timchenko I. Osnovaniya teorii analiticheskikh funktsiy [The elements of analytic function]. *Zapiski matematicheskogo otdeleniya Novorossiyskogo obshchestva Yestestvoispytateley.* Prodolzhenie I chasti [Memoirs of Mathematical department of Novorossijsk Scientist Society. The continuation of part I]. 1899. Odessa. Vol. XVI. Pp. 257–472.

3. Sinkevich G.I. Uliss Dini i ponyatie nepreryvnosti [Uliss Dini and the concept of continuity]. *Istoriya nauki i tekhniki* [History of Science and Engineering]. 2012. № 10. Pp. 3–11.

4. Chebotarev N.G. Samuil Osipovich Shatunovskiy. *UMN* [Russian Mathematical Surveys]. 1940. VII. Pp. 315–321.

5. Shatunovskiy S.O. *Vvedenie v analiz* [The introduction to analysis] Odessa: Mathesis. 1923. 260 p.

6. Shatunovskiy O.S. Dokazatelstvo sushchestvovaniya transtsendentnykh chisel (po Cantoru) [The proof of the existence of transcendental numbers (as provided by Cantor)]. *Vestnik opytnoy fiziki i elementarnoy matematiki* [Bulletin of

experimental physics and elementary mathematics]. 1896. № 233 (№ 5). Pp. 113–122.

7. Dedekind R. *Nepreryvnost i irratsionalnye chisla. Perevel s nemetskogo professor S.O. Shatunovskiy.* 4 ispravlennoe izdanie so statey perevodchika: Dokazatelstvo sushchestvovaniya transtsendentnykh chisel [Continuity and irrational numbers. The translation from German by Shatunovskiy. 4-th corrected edition with translator's article: The proof of the existence of transcendental numbers]. Odessa. 1923. 46 p.

8. Medvedev F.A. O kurse lektsiy B.K. Mlodzeevskogo po teorii funktsiy deystvitelnogo peremennogo, prochitannykh osenyu 1902 g. v Moskovskom universitete [About Mlodzeevskij`s course which he lectured in autumn of 1902 in Moscow University]. *Istoriko-matematicheskie issledovaniya* [Historical-mathematical researches]. Moskva: Nauka [Science]. 1986. XXX. Pp. 130–148.

9. Florenskiy P.A. Vvedenie k dissertatsii «Ideya preryvnosti kak element mirosozertsaniya» [The introduction to thesis «The discontinuity idea as an element of world outlook»]. *Istoriko-matematicheskie issledovaniya* [Historical-mathematical researches]. Moskva: Nauka [Science]. 1986. XXX. Pp. 159–177.

10. Florenskiy P. *Sochineniya v chetyrekh tomakh* [Works in four volumes]. Moskva: Mysl. 1994. Vol. I. Pp. 79–128.

11. Sinkevich G.I. *Georg Cantor & Polskaya shkola teorii mnozhestv* [Georg Cantor & Polish Mathematical Set Theory School]. Izd-vo SPbGASU [Printed SPbSUACE]. 2012. 356 p.

12. Sinkevich G.I. Moskovskie matematiki i filosofy pervoy treti XX veka: deskriptivnaya teoriya mnozhestv i problema imenovaniya [Moscow mathematicians and philosophers of the first third of the 20th century: the descriptive theory of sets and the problem of naming]. *Genealogiya tsennostey v russkoy filosofii Serebryanogo veka*. Sbornik nauchnykh trudov pod redaktsiey M.I. Panfilovoy, Ye.A. Trofimovoy. SPb:SPbGEU [Genealogy of values in Russian philosophy of the Silver Age. Collected papers under the editorship of M. Panfilova and E. Trofimova. SPbSUE]. 2013. Pp. 444–456.

13. Demidov S.S. Russkie matematiki v Berline vo vtoroy polovine XIX–nachale XX veka [Russian mathematicians in Berlin of the second half of the XIXth–early XXth century]. *Istoriko-matematicheskie issledovaniya* [Historical-mathematical researches]. Moskva: Yanus-K. 2000. 5 (40). Pp. 71–83.

14. Nekrasov V.L. Stroenie i mera lineynykh tochechnykh oblastey [The structure and the measure of linear point areas]. *Izvestiya Tomskogo tekhnologicheskogo instituta* [Tomsk Technology Institute Proceedings]. Tomsk. 1907. Vol. 5. № 2. Pp. 1–102; Vol. 6. № 3. Pp. 103–254.

15. Krulikovskiy N.N. *Iz istorii razvitiya matematiki v Tomske* [From the history of mathematical progress in Tomsk]. Tomsk. 2006. 174 p.

16. Zhegalkin I. *Transfinitnyya chisla* [Transfinite numbers]. Moskva: Universitetskaya tipografiya. – 1907 g. (na vneshney oblozhke i 1908 g. na titulnom liste) [University typography. – 1907 on cover, 1908 on banner page]. 346 p.

17. Medvedev F.A. *Rannyaya istoriya aksiomy vybora* [Early History of Axiom of Choice]. Moskva: Nauka [Science]. 1982. 304 p.

18. Pontryagin L.S. *Zhizneopisanie L.S. Pontryagina, matematika, sostavlennoe im samim*. Rozhdeniya 1908 g., Moskva [The biography of L.S. Pontryagin, mathematician, written by himself. Born in 1908, Moscow]. Moscow: Prima V, 1998. 340 p.

19. Fet A.I. *Polozhenie s perevodami v Rossii. Doklad A.I. Feta na konferentsii fonda Sorosa, posvyashchennoy problemam perevoda*, Novosibirsk, 1997 [A situation with transtations in Russia. Lection on the conference devoted toproblems of translations, Novosibirsk, 1997].

20. Savenko, Ye.N. Avtor predpochel ostatsya neizvestnym [The author chose to remain anonymous]. *Gumanitarnye nauki v Sibiri* [Human Sciences in Siberia]. 2011. № 3.

21. Cantor, Georg. Gesammelte Abhandlungen mathematischen und philosophischen inhalts, mit erläuternden Anmerkungen sowie mit Ergänzungen aus dem Briefwechsel Cantor-Dedekind. Hrsg. Von Ernst Zermelo; Nebst einen Lebenslauf Cantors von Adolf Fraenkel. Berlin: Verlag von Julius Springer, 1932. 402 s.

22. Briefwechsel Cantor – Dedekind. Hrsg. Von E. Noether, J. Cavaillès. Paris. 1937. 60 s.

23. Grattan-Guinness, I. An unpublished paper of Georg Cantor «Prinzipien einer Theorie der Ordnunstypen. Erste Mitteilung»ю Acta mathematica. 1970. Vol. 124. Рз. 81–101.

Информация об авторе

Синкевич Галина Ивановна, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры математики

Санкт-Петербургский архитектурно-строительный университет

190005, С.-Петербург, Российская Федерация, 2-я Красноармейская, 4

E-mail: galina.sinkevich@gmail.com

Information about author

Sinkevich Galina Ivanovna, Cand. of Phys.-Math. Sciences, Associated Professor Department of Mathematics
Saint-Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering

190005, St.-Petersburg, Russian Federation, 2-th Krasnoarmeyskaya, 4

E-mail: galina.sinkevich@gmail.com